

Rythmes et algorithmes

Le génie mathématique indien

François Patte

Université Paris Descartes

ULB

24 avril 2009

गायत्री प्रस्तारे गुरवः १ पादव्यक्तयः ६ प्रतिषर्षितानां अखिल छंदसां व्यक्तिमानं विज्ञेयं । तदुक्तं
 इत्युक्ता छंदसां संज्ञा इत्युक्तं पक्रम्य वा तेन ह्येदिदं मानं ततः छंदो विदं परीक्षार्थं चोक्तं मते प्रस्ता
 रो न ह्यमुदिष्टः । अतः यी विलघुक्रिया । संख्या वा धावडते दयावतः छंदसो मताः १ । इत्यादि इति सा
 धारणं । अत्र यथेकादिगुरु संख्या । तथैव एकादिलघु संख्येति दृष्टव्यं द्वयोरैव भावात् । असाधारण
 रणताल प्रस्तारजवर्कि विज्ञेयते । रूपसंज्ञाज्ञाते लक्ष्मिचिह्नगदितो को न विज्ञेयमिज्ञातु
 तषट्च वंधवः । अंशो युतो द्वावथसो तरो द्वावुत्तुतः स्यात्पुनरतोपि संख्या १ । २ । ३ । ५ । १० । १५ । २५ ।
 ५० । १०५ । १८१ । ३४० । ५१० । इत्यादि संख्या रूपाणां । अथ कुत लघुगुरुयुतादि संख्या लिख्यते । सा
 माख्यं पंचकस्ति द्विपदा अत्यश्वयस्युर्ध्वका अथ स्था संख्या त्यकोकः । तदथ स्था पूर्व द्वात्यं
 युक्तः प्रवेष्टतादीनां १ । २ । ५ । १० । २२ । ४२ । ८१ । १४५ । २५२ । ४२९ । ७०२ । १२२९ । २०३५ । ३२५२ । ५२९७ ।
 स्तालं लघु संख्या भवेदिह । ऊने कोष्टे गुरुणां स्यात्पंचोने कुत संख्यकः । तदत्र खंडमेरुसंज्ञं किं वि
 द्दं हरणं प्रदर्श्यते । तत्र पंचमात्को दशकुतः प्रस्तारो मतालः स ह्रस्विचारणीयं यस्मात्
 छंदो ज्ञानं तस्माधारणं । गुरु लघुनाम्नो द्वयोरैव भावात् । इदं लसाधारणं यतः एक कुतो मेव संख्या
 ज्ञायते । शिल्पके शिल्पभारके तैखंडमेरुनामा ताल प्रस्तारे विदितव्यः । यस्तु श्रीभास्कराचार्य
 एषट् प्रस्तारभ्यां तनो दाहृतस्तद्विद्वद्भिः स्वयमहनीयः । तथा च मूखाक्षह नरसनेत्या
 हरणस्वयमाचार्येण प्रदर्शितः । तस्मात्परुषयतो अस्माभिलिखितमतान् इषणाय । संज्ञा
 त्रमपि सा द्विजस्तीक्ष्णतखंडमेरुसंज्ञा रूपादिविविच्यते । कुत एक प्रस्तारः । एकमेव एक कुत वेति
 तालैषट्गुरुणि भवन्ति रूपं द्वि कुत प्रस्तारो द्वेरूपे ०० एकम कुत एक द्वि कुत वेति । त्रि कुत प्रस्ता

गायत्री प्रस्तारे गुरवः १ पादव्यक्तयः ६ प्रतिपर्ययानां अखिल छंदसां व्यक्तिमानं विज्ञेयं । तद्वत्
 इत्युक्ता छंदसां संज्ञा इत्युक्तं पञ्चम्यं वा तेन ह्येदिदं मानं ततः छंदो विदं परीक्षार्थं चोक्तं मते प्रस्ता
 रो न ह्यमुदिष्टः । अतः यी विलघुक्रिया । संख्या वा धावडेते दयावतः छंदसो मताः १ । इत्यादि इति सा
 धारणं । अत्र यथेकादिगुरु संख्या । तथैव एकादिलघु संख्येति दृष्टं कथं योरैव भावात् । असाधार
 णता ल प्रस्तारजं किंचिद्विनिश्चयते । रूपसंज्ञां ज्ञाते **लेही द्विचिक्रा गदितो को न विराज्य भिज्ञातु**
तषट् पंचम्यः । अथोयुतो द्वावथसो तरो द्वाव लघुतः स्यात्पुनरतापि संख्या ॥ ११२३४५॥ १०१२३४५॥
६०१०६॥ १८१३४०६१०६॥ इत्यादि संख्या रूपाणां । अथ कुत लघुगुरुयुतादि संख्या लिख्यते । सो
 मादयं पंचम्यं स्ति द्विपदा अत्यश्वयस्युर्ध्वका अथ स्था संख्या त्यको कः । तदथ स्था पूर्व द्वात्यं
 युक्तः प्रभवेन तादीनां ॥ १२॥ १५॥ १०२२॥ ४२॥ ८१॥ १०३५॥ १६॥ १३६०॥ २२॥ एको न कुत कोष्ट
 स्था लघु संख्या भवेदिह । ऊने कोष्टे गुरुणां स्यात्पंचोने लघुत संख्यकः । तदत्र खंडमेरुसंज्ञं किंचि
 द्दशहरणं प्रदर्श्यते । तत्र पंचमात् कोदश कुतः प्रस्तारो मता लः स ह्यविचारणीयं यस्मात्
 छंदो ज्ञानं तस्माधारणं । गुरु लघुनामो द्वयोरैव भावात् । इदं लसाधारणं यतः एक कुतो मेव संख्या
 ज्ञायते । शिल्पके शिल्पभारके तैखंडमेरुनामा ताल प्रस्तारे विदितं यः । यस्तु श्री भास्कराचार्य
 एषट् प्रस्तारभ्यां तनोदाहृतस्तद्विद्वद्भिः स्वयं महनीयः । तथा च मूखाक्षरं न रसज्ज्ञेयं
 हरणं स्वयं भाचार्येण प्रदर्शितं । तस्मात्परुषयतो अस्माभिलिखितं मतानं ह्युपलक्षणं । संज्ञा
 तमपि स्ति द्विजं स्ति ह्यतखंडमेरुसंज्ञं रूपादि विविच्यते । कुतः प्रस्तारो । एकमेव एक कुतं वेति
 ताले षट्गुरुणि भवंति रूपं द्वि कुत प्रस्तारो द्वेरूपे ०० एकम कुतं एकं द्वि कुतं वेति । त्रि कुत प्रस्ता

lakṣmīdvivahnyaṅgadigekakona-
viṃśatyabhijñā drutaṣaṭkabandhaḥ |
antyaḥ yutau dvāv atha sāntarau dvau
tattadyuteḥ syāt purato 'pi saṃkhyā ||

1, 2, 3, 6, 10, 19, 33, 60, 106, 191, 340, 610, etc.

									1	daśadrutāḥ
								1	0	navadrutāḥ
							1	0	9	aṣṭadrutāḥ
					1	0	8	0	0	saptadrutāḥ
				1	0	7	0	35	0	ṣaḍdrutāḥ
			1	0	6	0	27	0	0	pañcadrutāḥ
		1	0	5	0	20	0	87	0	caturdrutāḥ
	1	0	4	0	14	0	44	0	0	tridrutāḥ
	1	0	3	0	9	0	25	0	63	dvidrutāḥ
1	0	2	0	5	0	12	0	26	0	ekadrutāḥ
0	1	0	2	0	4	0	7	0	13	adrutāḥ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	avayavāḥ
1	2	3	6	10	19	33	60	106	191	rūpasamkhyā
1	2	5	10	22	44	91	180	358	698	drutāḥ
0	1	2	5	10	22	44	91	180	358	laghavaḥ
0	0	0	1	2	5	10	22	44	91	guravaḥ
0	0	0	0	0	1	2	5	10	22	plutāḥ
1	3	7	16	34	72	[147]	[297]	[592]	1169	avayavāḥ

Śārṅgadeva : *Samgītaratnākara* (13^e siècle)

Śārngadeva : *Samgītaratnākara* (13^e siècle)

Cinquième chapitre : *Tālādhyaya*

Śārṅgadeva : *Samgītaratnākara* (13^e siècle)





Cinquième chapitre : *Tālādhyaya*





Com. : *Kalānidhi* de Kallinātha (15^e siècle)





(ed. Ānandāśrama – 1896 et Adyar – 1951)





Sudhākara de Siṃhabhūpāla (14^e siècle)





(ed. Adyar – 1951)

druta	o		mesure de référence		demi-brève
laghu	I	=	2 druta		brève
guru	S	=	2 laghu = 4 druta		longue
pluta	Š	=	3 laghu = 6 druta		protractée

druta	o		mesure de référence		demi-brève
laghu	I	=	2 druta		brève
guru	S	=	2 laghu = 4 druta		longue
pluta	Š	=	3 laghu = 6 druta		protractée

druta	●	mesure de référence		demi-brève
laghu	I	= 2 druta		brève
guru	S	= 2 laghu = 4 druta		longue
pluta	Š	= 3 laghu = 6 druta		protractée

druta	●	mesure de référence		demi-brève
laghu	┆	= 2 druta		brève
guru	■	= 2 laghu = 4 druta		longue
pluta	§	= 3 laghu = 6 druta		protractée

druta	●	mesure de référence		demi-brève
laghu	I	= 2 druta		brève
guru	S	= 2 laghu = 4 druta		longue
pluta	Š	= 3 laghu = 6 druta		protractée

Prastāra

Ou comment construire, de manière exhaustive, toutes les variations (*bheda*) d'une mesure ayant une durée donnée.

Prastāra

Ou comment construire, de manière exhaustive, toutes les variations (*bheda*) d'une mesure ayant une durée donnée.

Prastāra

Ou comment construire, de manière exhaustive, toutes les variations (*bheda*) d'une mesure ayant une durée donnée.

Exemple :

o S (♪ ♪) **llo** (♪ ♪ ♪) **oloo** (♪ ♪ ♪ ♪) **ooooo** (♪ ♪ ♪ ♪ ♪)

Quatre variations d'une durée de 5 demi-brèves (**o**, ♪)

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

nyasyālpam ādyān mahato
 'dhasṭāc cheṣaṃ yathopari |
 prāg ūne vāmasaṃsthāṃs tu
 saṃbhave mahato likhet |
 alpān asaṃbhave tāla-
 pūrtyai bhūyo 'py ayaṃ vidhiḥ ||
 sarvadrutāvadhiḥ kāryaḥ
 prastāro 'yaṃ laghau gurau |
 plute vyaste samaste ca
 na tu vyaste drute 'sti saḥ ||

Après avoir posé une plus petite au-dessous de la première plus grande, le reste est comme au-dessus.

S'il y a un manque au début, on écrira, si cela est possible, de plus grandes sur la gauche — en cas d'impossibilité des petites — pour compléter la mesure ; cette prescription, dont le terme est [une mesure composée] entièrement de demi-brèves, doit être exécutée à plusieurs reprises.

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S 5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

Après avoir posé une plus petite au-dessous de la première plus grande, le reste est comme au-dessus.

o S 5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

Après avoir posé une plus petite au-dessous de la première plus grande, le reste est comme au-dessus.

o S	5
I	2

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

S'il y a un manque au début, on écrira, si cela est possible, de plus grandes sur la gauche — en cas d'impossibilité des petites — pour compléter la mesure

o S	5
I	2

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

S'il y a un manque au début, on écrira, si cela est possible, de plus grandes sur la gauche — en cas d'impossibilité des petites — pour compléter la mesure

	o	S	5
o	I	I	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

Cette prescription, dont le terme est [une mesure composée] entièrement de demi-brèves, doit être exécutée à plusieurs reprises.

o	S	5
o	I I	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

Après avoir posé une plus petite au-dessous de la première plus grande, le reste est comme au-dessus.

o	S	5
o	I I	5
o		1

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

Après avoir posé une plus petite au-dessous de la première plus grande, le reste est comme au-dessus.

o	S	5
o	I I	5
o	I	3

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

S'il y a un manque au début, on écrira, si cela est possible, de plus grandes sur la gauche — en cas d'impossibilité des petites — pour compléter la mesure

	o	S	5
o	I	I	5
	o	I	3

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

S'il y a un manque au début, on écrira, si cela est possible, de plus grandes sur la gauche — en cas d'impossibilité des petites — pour compléter la mesure

	o	S	5
o	I	I	5
I	o	I	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

Cette prescription, dont le terme est [une mesure composée] entièrement de demi-brèves, doit être exécutée à plusieurs reprises.

	o	S	5
o	I	I	5
I	o	I	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o	S	5
o	I I	5
I	o I	5
o		1

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o	S	5
o	I	5
I	o	5
o	o	4

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
o	1

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I	2

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I o	3

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o	1

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o I o	4

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5
o	1

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5
o o	2

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5
o I o o	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5
o I o o	5
o	1

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5
o I o o	5
o o o	3

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5
o I o o	5
I o o o	5

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5
o I o o	5
I o o o	5
o	1

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5
o I o o	5
I o o o	5
o o o o	4

o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

o S	5
o I I	5
I o I	5
o o o I	5
S o	5
I I o	5
o o I o	5
o I o o	5
I o o o	5
o o o o o	5

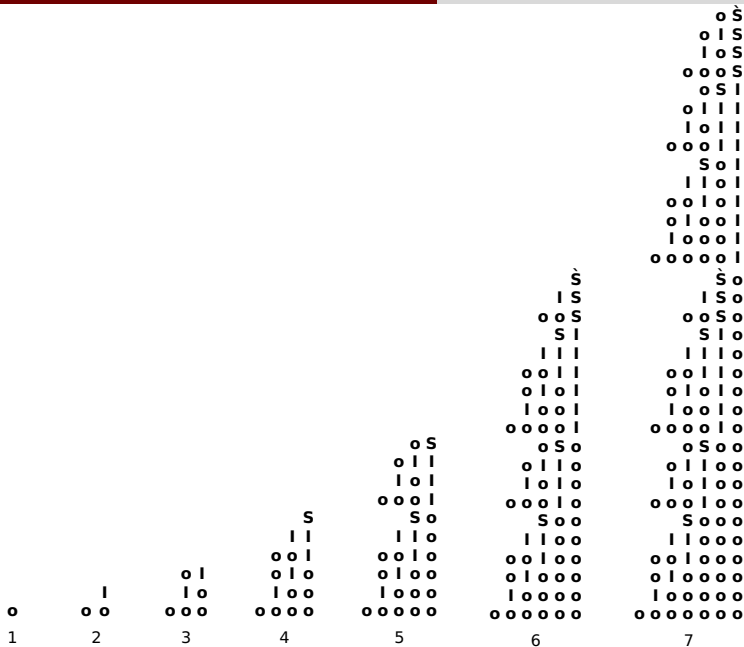
o I = 2 o S = 4 o Š = 6 o

Cette prescription, dont le terme est [une mesure composée] entièrement de demi-brèves...

```

      o S
    o I I
  I o I
o o o I
  S o
  I I o
o o I o
o I o o
I o o o
o o o o

```



Saṃkhyā

Dénombrement

Ou comment dénombrer les variations produites par le
prastāra

Saṃkhyā

Dénombrement

Ou comment dénombrer les variations produites par le
prastāra

ekadvyaṅkau kramān nyasya
yuñjītāntyaṃ purātanaiḥ |
dvitīyaturyaśaṣṭhāṅkair
abhava turyaśaṣṭhayoḥ ||
tṛtīyapañcamāṅkābhyāṃ
kramāt taṃ yogam agrataḥ |
likhed dakṣiṇasaṃsthaivam
aṅkaśreṇīvidhīyate ||

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ; une suite de nombres placés ensemble vers la droite est ainsi construite.

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1 2

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le **dernier** est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1 2
 ↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux **deuxième**, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2
↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2	3
↑	↑	

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le **dernier** est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1 2 3
 ↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux **deuxième**, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1	2	3
	↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1	2	3
↑	↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2	3	6
↑	↑	↑	

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le **dernier** est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1 2 3 6
 ↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux **deuxième**, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2	3	6
		↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, **quatrième** et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2	3	6
↑		↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1	2	3	6	10
↑		↑	↑	

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le **dernier** est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1 2 3 6 10
 ↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux **deuxième**, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2	3	6	10
			↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, **quatrième** et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2	3	6	10
	↑		↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et **sixième** nombres qui précèdent — en **l'absence** du quatrième et **du sixième**, aux troisième et **cinquième** nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2	3	6	10
↑	↑		↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2	3	6	10	19
↑	↑		↑	↑	

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le **dernier** est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1 2 3 6 10 19
 ↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux **deuxième**, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1	2	3	6	10	19
				↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, **quatrième** et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début ;

1	2	3	6	10	19
		↑		↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et **sixième** nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1	2	3	6	10	19
↑		↑		↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1	2	3	6	10	19	33
↑		↑		↑	↑	

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1 2 3 6 10 19 33
 ↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1	2	3	6	10	19	33
					↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1	2	3	6	10	19	33
			↑		↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

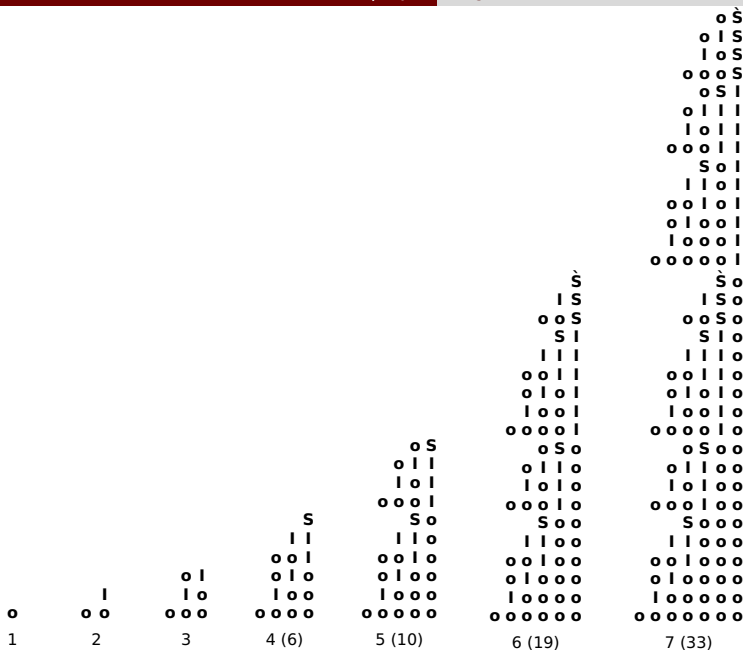
1	2	3	6	10	19	33
	↑		↑		↑	↑

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début;

1	2	3	6	10	19	33	60
	↑		↑		↑	↑	

Ayant posé dans l'ordre les nombres un et deux, le dernier est, autant que possible, ajouté aux deuxième, quatrième et sixième nombres qui précèdent — en l'absence du quatrième et du sixième, aux troisième et cinquième nombres. On écrira cette somme régulièrement au début; une suite de nombres placés ensemble vers la droite est ainsi construite.

1 2 3 6 10 19 33 60 ...



Un peu de mathématiques

Le problème : compter toutes les manières de décomposer une mesure d'une durée donnée ($7druta$) en une combinaison de *druta*, *laghu* ($=2d.$), *guru* ($=4d.$) et *pluta* ($=6d.$).

Un peu de mathématiques

Le problème : compter toutes les manières de décomposer une mesure d'une durée donnée (*7druta*) en une combinaison de *druta*, *laghu* ($=2d.$), *guru* ($=4d.$) et *pluta* ($=6d.$).

Point de vue mathématique : compter toutes les manières d'écrire un nombre donné (7) comme somme des nombres : 1, 2, 4 et 6. (Partitions de l'entier 7)

Un peu de mathématiques

Le problème : compter toutes les manières de décomposer une mesure d'une durée donnée (*7druta*) en une combinaison de *druta*, *laghu* ($=2d.$), *guru* ($=4d.$) et *pluta* ($=6d.$).

Point de vue mathématique : compter toutes les manières d'écrire un nombre donné (7) comme somme des nombres : 1, 2, 4 et 6. (Partitions de l'entier 7)

$$7 = 1 + 2 + 4 = 6 + 1 = 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = \dots$$

Un peu de mathématiques

Contrainte : l'ordre est signifiant.

Un peu de mathématiques

Contrainte : l'ordre est significatif.

Pour un mathématicien, les partitions : $1 + 2 + 4$ $2 + 4 + 1$
 $4 + 1 + 2$ sont identiques.

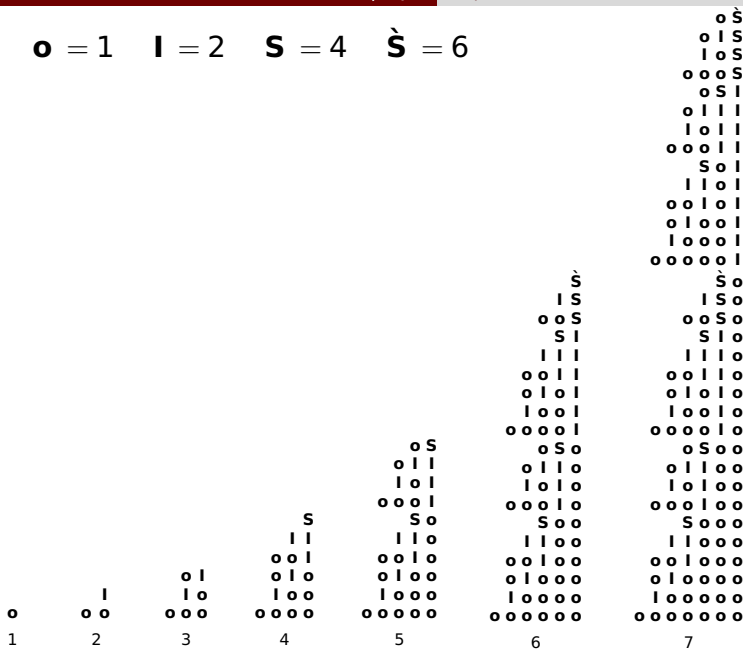
Un peu de mathématiques

Contrainte : l'ordre est signifiant.

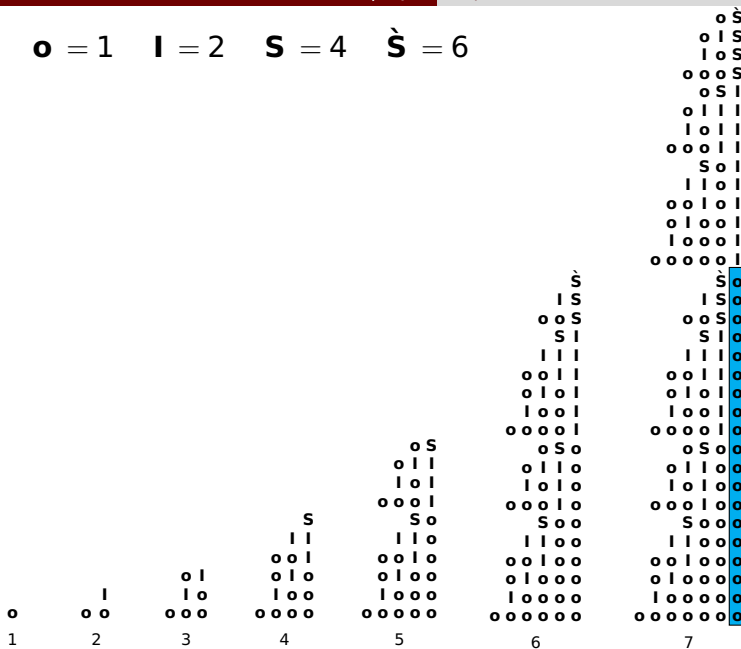
Pour un mathématicien, les partitions : $1 + 2 + 4$ $2 + 4 + 1$
 $4 + 1 + 2$ sont identiques.

Pour un musicien, les rythmes : **oIS** (♩ ♩ ♩) **ISo** (♩ ♩ ♩)
SoI (♩ ♩ ♩) sont différents.

o = 1 **l** = 2 **s** = 4 **ṣ** = 6



o = 1 **l** = 2 **s** = 4 **ṣ** = 6



$$u_7 = u_6 +$$

7

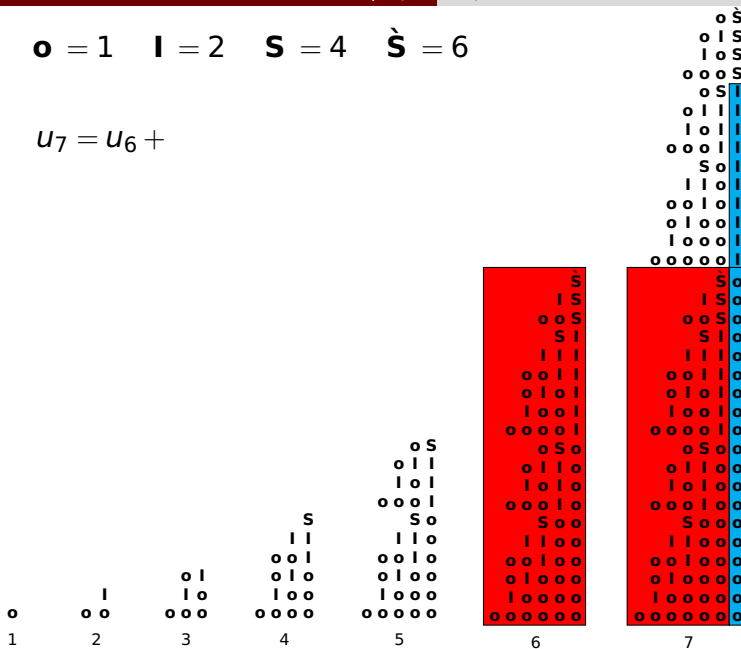
```

      o S
     o l S
    l o S
   o o o S
    o S l
   o l l l
  l o l l
 o o o l l
    S o l
   l l o l
  o o l o l
 o l o o l
 l o o o l
o o o o o l

```

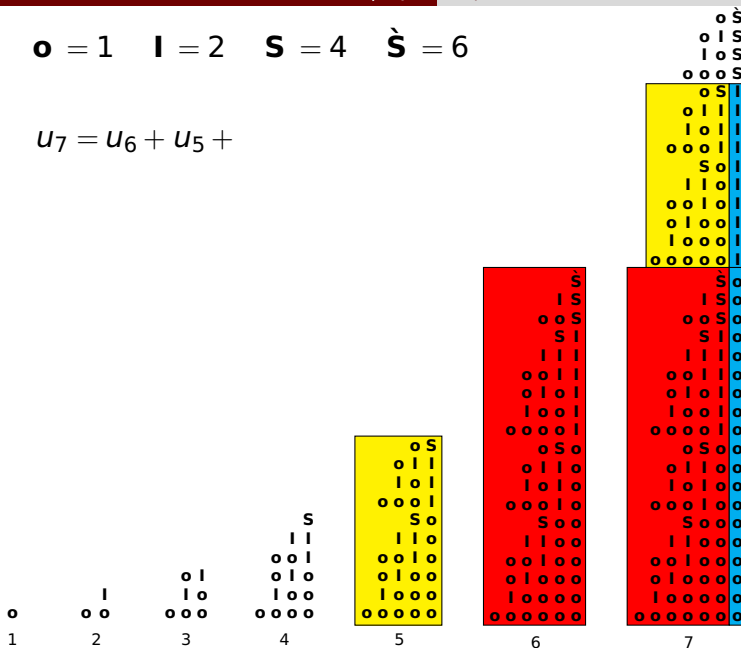
$$\mathbf{o} = 1 \quad \mathbf{l} = 2 \quad \mathbf{s} = 4 \quad \mathbf{\dot{s}} = 6$$

$$u_7 = u_6 +$$

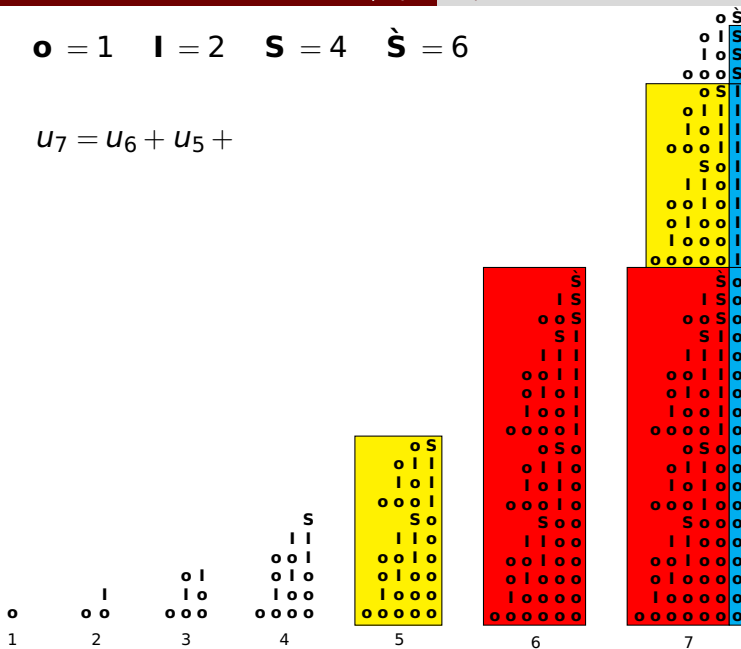


$$\mathbf{o} = 1 \quad \mathbf{l} = 2 \quad \mathbf{s} = 4 \quad \mathbf{\dot{s}} = 6$$

$$u_7 = u_6 + u_5 +$$

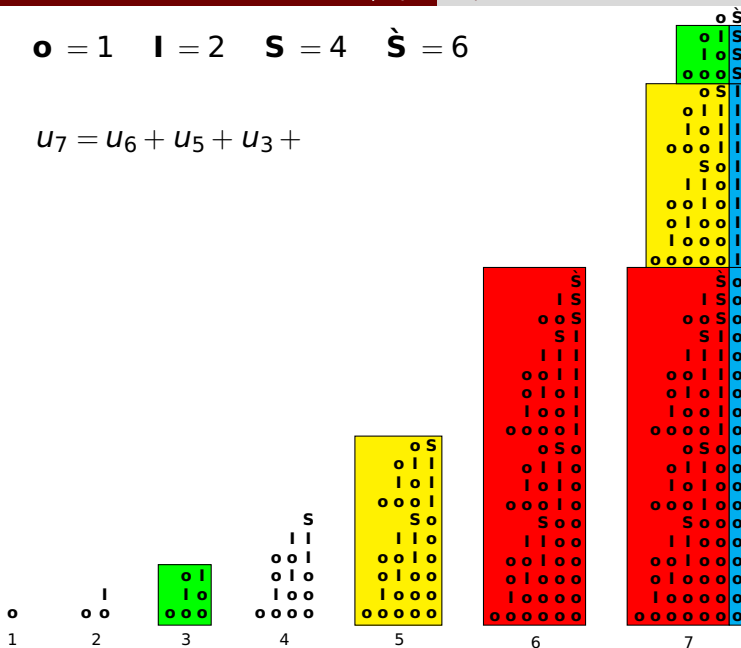


$$u_7 = u_6 + u_5 +$$



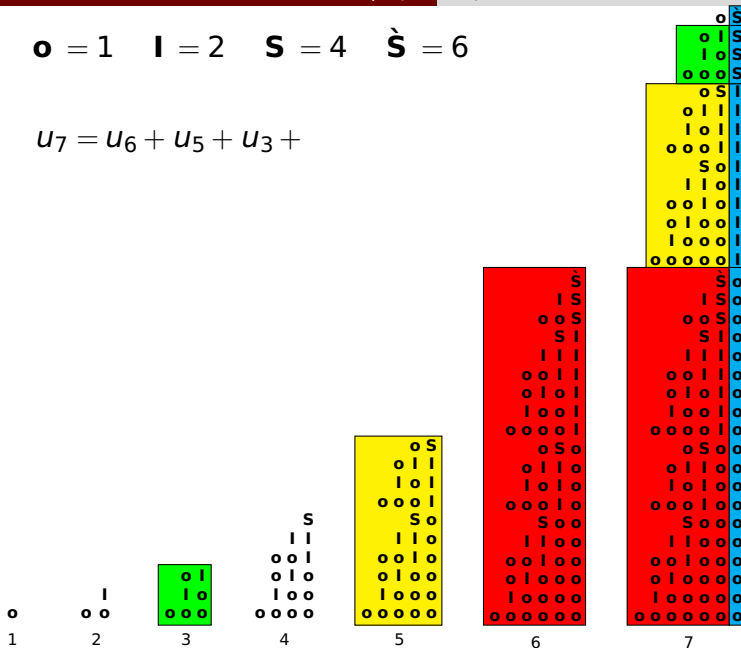
$$\mathbf{o} = 1 \quad \mathbf{l} = 2 \quad \mathbf{s} = 4 \quad \mathbf{\dot{s}} = 6$$

$$u_7 = u_6 + u_5 + u_3 +$$



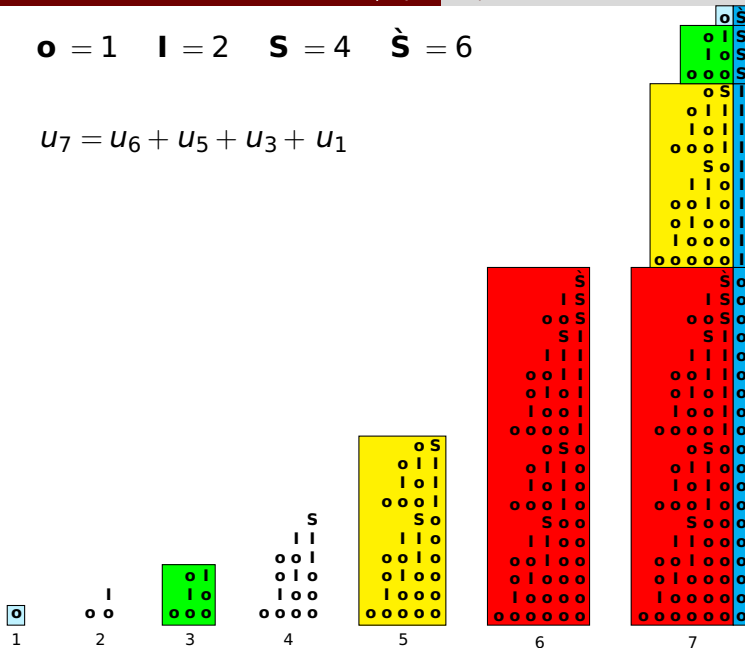
$$\mathbf{o} = 1 \quad \mathbf{l} = 2 \quad \mathbf{s} = 4 \quad \mathbf{\dot{s}} = 6$$

$$u_7 = u_6 + u_5 + u_3 +$$



$$\mathbf{o} = 1 \quad \mathbf{l} = 2 \quad \mathbf{s} = 4 \quad \mathbf{\dot{s}} = 6$$

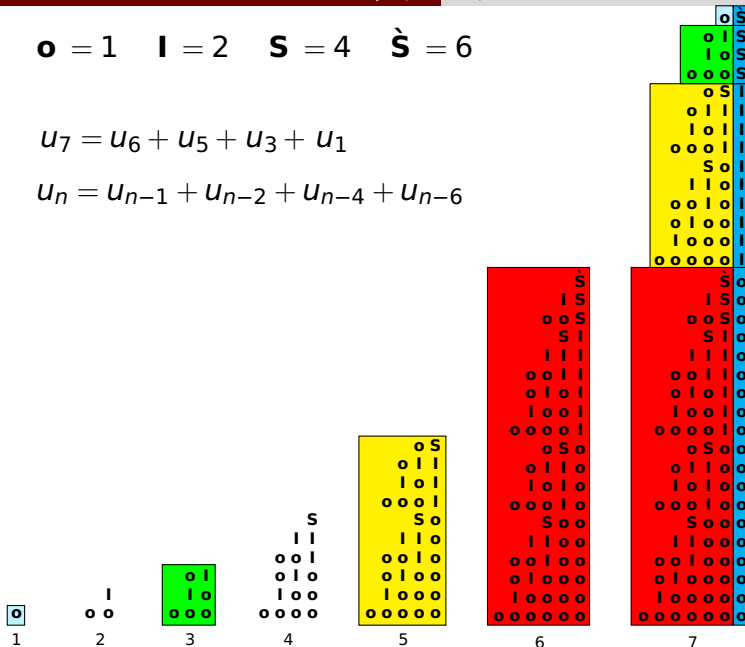
$$u_7 = u_6 + u_5 + u_3 + u_1$$



$$\mathbf{o} = 1 \quad \mathbf{l} = 2 \quad \mathbf{s} = 4 \quad \mathbf{\dot{s}} = 6$$

$$u_7 = u_6 + u_5 + u_3 + u_1$$

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2} + u_{n-4} + u_{n-6}$$



yadañkayogād antyo 'ñko
labdhas tair antataḥ kramāt |
bhedā drutāntalaghvanta-
gurvantāś ca plutāntakāḥ |
saṃkhyāyanta iti proktāḥ
saṃkhyā niḥśaṅkasūriṇā ||

À partir [des termes] de la somme des nombres dont on obtient le dernier nombre, on compte avec ceux-ci, successivement à partir de la fin, les variétés qui finissent par une demi-brève, une brève, une longue et une protractée. Tels sont les dénombrements enseignés par le musicien.

$$1 + 3 + 10 + 19 = 33$$

yadañkayogād antyo 'ñko
labdhas tair antataḥ kramāt |
bhedā drutāntalaghvanta-
gurvantāś ca plutāntakāḥ |
saṃkhyāyanta iti proktāḥ
saṃkhyā niḥśaṅkasūriṇā ||
iti saṃkhyā ||

À partir [des termes] de la somme des nombres dont on obtient le dernier nombre, on compte avec ceux-ci, successivement à partir de la fin, les variétés qui finissent par une demi-brève, une brève, une longue et une protractée. Tels sont les dénombrements enseignés par le musicien.

$$1 + 3 + 10 + 19 = 33$$

lakṣmīdvivahnyaṅgadigekakona-
viṃśatyabhijñā drutaṣaṭkabandhaḥ |
antyau yutau dvāv atha sāntarau dvau
tattadyuteḥ syāt purato 'pi saṃkhyā ||

L'arrangement pour six demi-brèves se mémorise par : un (*lakṣmī*), deux, trois (*vahni* : feu), six (*aṅga* : membres), dix (*diś* : directions), dix-neuf.

1, 2, 3, 6, 10, 19,

lakṣmīdvivahnyaṅgadigekakona-
 viṃśatyabhijñā drutaṣaṭkabandhaḥ |
 antyau yutau dvāv atha sāntarau dvau
 tattadyuteḥ syāt purato 'pi saṃkhyā ||

L'arrangement pour six demi-brèves se mémorise par : un (*lakṣmī*), deux, trois (*vahni* : feu), six (*aṅga* : membres), dix (*diś* : directions), dix-neuf. Les deux derniers additionnés et aussi les deux [séparés] par un intervalle, on aura aussi le dénombrement avec la somme des uns et des autres.

1, 2, 3, 6, 10, 19, 33, 60, 106, 191, 340, 610, etc.

Naṣṭa

Disparition

Ou comment retrouver une ligne effacée dans le *prastāra*

Naṣṭa

Disparition

Ou comment retrouver une ligne effacée dans le *prastāra*

```

      o S
    o I S
    I o S
  o o o S
    o S I
    o I I I
    I o I I
  o o o I I
      S o I
    I I o I
  o o I o I
    o I o o I
    I o o o I
  o o o o I
      S o
    I S o
    o o S o
      S I o
    I I I o
  o o I I o
    o I o I o
    I o o I o
  o o o I o
    o S o o
    o I I o o
    I o I o o
  o o o I o o
      S o o o
    I I o o o
  o o I o o o
    o I o o o o
    I o o o o o
  o o o o o o

```

```

      o S
    o I S
    I o S
  o o o S
    o S I
    o I I I
    I o I I
  o o o I I
      S o I
    I I o I
  o o I o I
    o I o o I
    I o o o I
  o o o o o I
      S o
    I S o
    o o S o
      S I o
    I I I o
  ? ? ? ? ?
    o I o I o
    I o o I o
  o o o o I o
      o S o o
    o I I o o
    I o I o o
  o o o I o o
      S o o o
    I I o o o
  o o I o o o
  o I o o o o
  I o o o o o
o o o o o o o
  
```



```

      o Š
    o l S
    l o S
  o o o S
    o S l
    o l l l
    l o l l
  o o o l l
      S o l
    l l o l
  o o l o l
  o l o o l
  l o o o l
o o o o o l

```

```

      Š o
    l S o
    o o S o
      S l o
    l l l o

```

20

```

    o l o l o
    l o o l o
  o o o o l o
      o S o o
    o l l o o
    l o l o o
  o o o l o o
      S o o o
    l l o o o
  o o l o o o
  o l o o o o
  l o o o o o
o o o o o o o

```

```

      o S
    o l S
    l o S
  o o o S
    o S l
    o l l l
    l o l l
  o o o l l
      S o l
    l l o l
  o o l o l
  o l o o l
  l o o o l
o o o o o l
      S o
    l S o
    o o S o
      S l o
    l l l o
  o o l l o
  o l o l o
  l o o l o
o o o o l o
    o S o o
  o l l o o
  l o l o o
o o o l o o
      S o o o
    l l o o o
  o o l o o o
  o l o o o o
  l o o o o o
o o o o o o o
  
```

20

									1	daśadrutāḥ
								1	0	navadrutāḥ
							1	0	9	aṣṭadrutāḥ
					1	0	8	0	0	saptadrutāḥ
				1	0	7	0	35	0	ṣaṭdrutāḥ
			1	0	6	0	27	0	0	pañcadrutāḥ
		1	0	5	0	20	0	87	0	caturdrutāḥ
	1	0	4	0	14	0	44	0	0	tridrutāḥ
	1	0	3	0	9	0	25	0	63	dvidrutāḥ
1	0	2	0	5	0	12	0	26	0	ekadrutāḥ
0	1	0	2	0	4	0	7	0	13	adrutāḥ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	avayavāḥ
1	2	3	6	10	19	33	60	106	191	rūpasamkhyā
1	2	5	10	22	44	91	180	358	698	drutāḥ
0	1	2	5	10	22	44	91	180	358	laghavaḥ
0	0	0	1	2	5	10	22	44	91	guravaḥ
0	0	0	0	0	1	2	5	10	22	plutāḥ
1	3	7	16	34	72	[147]	[297]	[592]	1169	avayavāḥ

									1	daśadrutāḥ
								1	0	navadrutāḥ
							1	0	9	aṣṭadrutāḥ
					1	0	8	0	0	saptadrutāḥ
				1	0	7	0	35	0	ṣaṭdrutāḥ
			1	0	6	0	27	0	0	pañcadrutāḥ
		1	0	5	0	20	0	87	0	caturdrutāḥ
	1	0	4	0	14	0	44	0	0	tridrutāḥ
	1	0	3	0	9	0	25	0	63	dvidrutāḥ
1	0	2	0	5	0	12	0	26	0	ekadrutāḥ
0	1	0	2	0	4	0	7	0	13	adrutāḥ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	avayavāḥ
1	2	3	6	10	19	33	60	106	191	rūpasamkhyā
1	2	5	10	22	44	91	180	358	698	drutāḥ
0	1	2	5	10	22	44	91	180	358	laghavaḥ
0	0	0	1	2	5	10	22	44	91	guravaḥ
0	0	0	0	0	1	2	5	10	22	plutāḥ
1	3	7	16	34	72	[147]	[297]	[592]	1169	avayavāḥ

									1	daśadrutāḥ
								1	0	navadrutāḥ
							1	0	9	aṣṭadrutāḥ
					1	0	8	0	0	saptadrutāḥ
				1	0	7	0	35	0	ṣaṭdrutāḥ
			1	0	6	0	27	0	0	pañcadrutāḥ
		1	0	5	0	20	0	87	0	caturdrutāḥ
	1	0	4	0	14	0	44	0	0	tridrutāḥ
	1	0	3	0	9	0	25	0	63	dvidrutāḥ
1	0	2	0	5	0	12	0	26	0	ekadrutāḥ
0	1	0	2	0	4	0	7	0	13	adrutāḥ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	avayavāḥ
1	2	3	6	10	19	33	60	106	191	rūpasamkhyā
1	2	5	10	22	44	91	180	358	698	drutāḥ
0	1	2	5	10	22	44	91	180	358	laghavaḥ
0	0	0	1	2	5	10	22	44	91	guravaḥ
0	0	0	0	0	1	2	5	10	22	plutāḥ
1	3	7	16	34	72	[147]	[297]	[592]	1169	avayavāḥ

									1	daśadrutāḥ
								1	0	navadrutāḥ
							1	0	9	aṣṭadrutāḥ
					1	0	8	0	0	saptadrutāḥ
				1	0	7	0	35	0	ṣaṭdrutāḥ
			1	0	6	0	27	0	0	pañcadrutāḥ
		1	0	5	0	20	0	87	0	caturdrutāḥ
	1	0	4	0	14	0	44	0	0	tridrutāḥ
	1	0	3	0	9	0	25	0	63	dvidrutāḥ
1	0	2	0	5	0	12	0	26	0	ekadrutāḥ
0	1	0	2	0	4	0	7	0	13	adrutāḥ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	avayavāḥ
1	2	3	6	10	19	33	60	106	191	rūpasamkhyā
1	2	5	10	22	44	91	180	358	698	drutāḥ
0	1	2	5	10	22	44	91	180	358	laghavaḥ
0	0	0	1	2	5	10	22	44	91	guravaḥ
0	0	0	0	0	1	2	5	10	22	plutāḥ
1	3	7	16	34	72	[147]	[297]	[592]	1169	avayavāḥ

									1	daśadrutāḥ
								1	0	navadrutāḥ
							1	0	9	aṣṭadrutāḥ
					1	0	8	0	0	saptadrutāḥ
				1	0	7	0	35	0	ṣaṭdrutāḥ
			1	0	6	0	27	0	0	pañcadrutāḥ
		1	0	5	0	20	0	87	0	caturdrutāḥ
	1	0	4	0	14	0	44	0	0	tridrutāḥ
	1	0	3	0	9	0	25	0	63	dvidrutāḥ
1	0	2	0	5	0	12	0	26	0	ekadrutāḥ
0	1	0	2	0	4	0	7	0	13	adrutāḥ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	avayavāḥ
1	2	3	6	10	19	33	60	106	191	rūpasamkhyā
1	2	5	10	22	44	91	180	358	698	drutāḥ
0	1	2	5	10	22	44	91	180	358	laghavaḥ
0	0	0	1	2	5	10	22	44	91	guravaḥ
0	0	0	0	0	1	2	5	10	22	plutāḥ
1	3	7	16	34	72	[147]	[297]	[592]	1169	avayavāḥ

									1	daśadrutāḥ
								1	0	navadrutāḥ
							1	0	9	aṣṭadrutāḥ
					1	0	8	0	0	saptadrutāḥ
				1	0	7	0	35	0	ṣaṭdrutāḥ
			1	0	6	0	27	0	0	pañcadrutāḥ
		1	0	5	0	20	0	87	0	caturdrutāḥ
	1	0	4	0	14	0	44	0	0	tridrutāḥ
	1	0	3	0	9	0	25	0	63	dvidrutāḥ
1	0	2	0	5	0	12	0	26	0	ekadrutāḥ
0	1	0	2	0	4	0	7	0	13	adrutāḥ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	avayavāḥ
1	2	3	6	10	19	33	60	106	191	rūpasamkhyā
1	2	5	10	22	44	91	180	358	698	drutāḥ
0	1	2	5	10	22	44	91	180	358	laghavaḥ
0	0	0	1	2	5	10	22	44	91	guravaḥ
0	0	0	0	0	1	2	5	10	22	plutāḥ
1	3	7	16	34	72	[147]	[297]	[592]	1169	avayavāḥ

									1	daśadrutāḥ
								1	0	navadrutāḥ
							1	0	9	aṣṭadrutāḥ
					1	0	8	0	0	saptadrutāḥ
				1	0	7	0	35	0	ṣaṭdrutāḥ
			1	0	6	0	27	0	0	pañcadrutāḥ
		1	0	5	0	20	0	87	0	caturdrutāḥ
	1	0	4	0	14	0	44	0	0	tridrutāḥ
	1	0	3	0	9	0	25	0	63	dvidrutāḥ
1	0	2	0	5	0	12	0	26	0	ekadrutāḥ
0	1	0	2	0	4	0	7	0	13	adrutāḥ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	avayavāḥ
1	2	3	6	10	19	33	60	106	191	rūpasamkhyā
1	2	5	10	22	44	91	180	358	698	drutāḥ
0	1	2	5	10	22	44	91	180	358	laghavaḥ
0	0	0	1	2	5	10	22	44	91	guravaḥ
0	0	0	0	0	1	2	5	10	22	plutāḥ
1	3	7	16	34	72	[147]	[297]	[592]	1169	avayavāḥ

									1	daśadrutāḥ
								1	0	navadrutāḥ
							1	0	9	aṣṭadrutāḥ
						1	0	8	0	saptadrutāḥ
				1		0	7	0	35	ṣaṭdrutāḥ
			1	0		6	0	27	0	pañcadrutāḥ
		1	0	5		0	20	0	87	caturdrutāḥ
	1	0	4	0		14	0	44	0	tridrutāḥ
	1	0	3	0	9		25	0	63	dvidrutāḥ
1	0	2	0	5	0		12	0	26	ekadrutāḥ
0	1	0	2	0	4		0	7	13	adrutāḥ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	avayavāḥ
1	2	3	6	10	19	33	60	106	191	rūpasamkhyā
1	2	5	10	22	44	91	180	358	698	drutāḥ
0	1	2	5	10	22	44	91	180	358	laghavaḥ
0	0	0	1	2	5	10	22	44	91	guravaḥ
0	0	0	0	0	1	2	5	10	22	plutāḥ
1	3	7	16	34	72	[147]	[297]	[592]	1169	avayavāḥ

ekādyekottarā aṅkā...

chandaścityuttare chanda-
 sy upayogo hi tadvidām ||
 mūṣāvahanabhedātau
 khaṇḍamerau ca śīlpake |
 vaidyake rasabhedīye
tan noktaṃ vistr̥ter bhāyāt ||

Les nombres s'accroissant de un à partir de un...

(...) Cela sert en prosodie, pour ceux qui la connaissent, pour la suite des compositions des mètres et aussi en architecture, pour les montagnes de nombres, quand il y a des variations de conduits d'aération etc. Et en médecine pour les mélanges de saveurs. **Cela n'est pas exposé par crainte de prolixité.**

*Samgītaśiromaṇi*

ed. & trad. : Emmie te Nijenhuis

E.J. Brill – Leiden, 1992

*The Chhandas Shâstra*

Piṅgala

Tukârâm Jâvaji – Bombay, 1908

*Vṛttaratnākara*

Kedārabhaṭṭa

The Nirṇaya-Sâgara Press – Bombay, 1890

*generatingfunctionology*

Herbert S. Wilf – University of Pennsylvania

Academic Press, Inc. 1994

*Recursion and Combinatorial Mathematics in Chandashâstra*

Amba Kulkarni – Department of Sanskrit Studies, University of Hyderabad

Hyderabad – 2008

*Permutations with strongly restricted displacements*

D. H. Lehmer

Proc. Colloq., Balatonfured, 1969 (pp. 755-770)

*Fast Algorithms For Generating Integer Partitions*

Antoine Zoghbiu & Ivan Stojmenovicb'

Computer Science Department, SITE, University of Ottawa, 1998